

التحكم الأمثل LQI في تفاعل الجلوكوز والأنسولين في جسم الإنسان

إسحاق يوسف الأرباح^{1,*}، عبدالله علي المسلاتي²

¹ قسم الهندسة الكهروميكانيكية، كلية التقنية الصناعية، وزارة الصناعة والمعادن، مصراتة، ليبيا.

² قسم الهندسة الإلكترونية، كلية التقنية الصناعية، وزارة الصناعة والمعادن، مصراتة، ليبيا

Issaclarbah@gmail.com

Linear Quadratic Integral Control for Glucose Insulin Interaction in Human Body

Eshag Y. Larbah^{1,*}, Abdalla A. Elmasallati²

¹ Department of Electromechanical Engineering, College of Industrial Technology, Misurata, Libya.

² Department of Electronic Engineering, College of Industrial Technology, Misurata, Libya.

تاريخ النشر: 2025-05-15

تاريخ القبول: 2025-04-28

تاريخ الاستلام: 2025-03-26

الملخص

تناول هذا البحث دراسة تصميم متحكم (نموذج رياضي) أمثل يهدف إلى تقليل جرعة الأنسولين المطلوبة لعلاج مرضى السكري. يعتمد التصميم على تطبيق أساليب التحكم الأمثل، وبشكل خاص من خلال استخدام المنظم التربيعي الخطي (LQR) ومُتَحَكِّم التكامَل التربيعي الخطي (LQI)، حيث يتم حساب الجرعة المثالية بناءً على قراءات مستوى السكر في الدم مع تقليل كمية الأنسولين المحقونة إلى أدنى حد ممكن. في ختام الدراسة، تُقارَن النتائج المُتَحَصَّلَة من كلا الطريقتين لتحديد النهج الذي يحقق أداءً متفوقاً في تقليل جرعة الأنسولين والحفاظ على استقرار مستوى السكر في الدم.

الكلمات الدالة: الأنسولين، التحكم الأمثل، الجلوكوز، التكامَل التربيعي الخطي، المُنظَّم الخطي التربيعي.

Abstract

This study examines the design of an optimal controller aimed at reducing the insulin dose required for the treatment of diabetic patients. The design is based on the application of optimal control methods, specifically utilizing the Linear Quadratic Regulator and the Linear Quadratic Integrator (LQI). These controllers compute the optimal insulin dosage based on blood glucose readings while minimizing the administered amount to the greatest extent possible. At the conclusion of the study, the results obtained from both methods are compared to determine the approach that delivers superior performance in reducing the insulin dose and maintaining stable blood glucose levels.

Keywords: Glucose, Insulin, Linear Quadratic Integrator, Linear Quadratic Regulator, Optimal Control.

المقدمة:

قبل اكتشاف الأنسولين كان مرض السُّكْرِي هو السبب الرئيسي لأغلب حالات الوفاة المبكرة، ولكن تم اكتشاف الأنسولين كعلاج لمرض السُّكْرِي لأول مرة سنة 1889 عندما قام بعض الباحثين في جامعة ستراسبورغ (the University of Strasbourg) في فرنسا بإزالة البنكرياس من جسم الكلب، فوجدوا أنه تم إصابته بمرض السُّكْرِي. لذلك ففي أوائل القرن العشرين قام أحد العلماء الألمان باستخدام حقن خلاصة البنكرياس لتقليل الأعراض لدى المرضى المصابين بمرض السُّكْرِي، وبدأت تجربة هذا العلاج على الحيوانات تدريجياً، حتى تم استخدام حقن الأنسولين لعلاج مرض السُّكْرِي بشكل نهائي ونجاح

على أحد المرضى منذ عام 1922 بواسطة أحد الأطباء في كندا ويُدعى "فريدريك بانتنج" Frederick Banting ولذلك حاز هو وفريقه الطبي على جائزة نوبل في الطب نتيجة لهذا الاكتشاف [1].

ينقسم مرض السكري إلى نوعين رئيسيين، وأخرى أقل شيوعاً، مرض السكري من النوع الأول يصيب غالباً البالغين الذي لا تتجاوز أعمارهم 30 سنة والأطفال، يحدث هذا النوع لعدم قدرة البنكرياس على إنتاج هرمون الأنسولين بسبب مهاجمته من قبل جهاز المناعة ونتيجة لذلك يتراكم الجلوكوز في دم ولا يفقد قدرته على الدخول للخلايا. [2]

أما النوع الثاني من مرض السكري هو الأكثر شيوعاً، إذ يستطع البنكرياس في مرضى السكري من هذا النوع إنتاج الأنسولين ولكن لا تستجيب له الخلايا بالشكل المطلوب وهذا ما يسمى بمقاومة الأنسولين وهذا النوع من السكري يصيب مختلف الفئات العمرية ويمثل 90% من حالات السكر، والنوع الثالث هو سُكري الحمل الذي يصيب النساء أثناء فترة الحمل ويحتاج هذا النوع من السكري العناية الاهتمام والمراقبة للحفاظ على الجنين والام من المضاعفات ويتعافى منه النساء في الغالب بعد الولادة. [3][4][5]

علاج مرض السكري من النوع الأول هو الأنسولين الذي يعتبر العلاج الأساسي لمرضى السكري من النوع الأول وذلك لتعويض الأنسولين المفقود بسبب عدم قدرة الجسم على إنتاج يوجد أربعة أنواع من الأنسولين تستخدم لعلاج مرض السكري وتتميز عن بعضها حسب سرعة تأثيرها ومدة استمرار فعاليتها وهذه الأنواع هي الأنسولين سريع المفعول يبدأ بدأ مفعوله بعد 15 دقيقة من الحقن تقريباً ويستمر لمدة تتراوح بين 3-4 ساعات، ومن الأمثلة عليه (Lispro) (Glulisine) إما النوع الثاني هو انسولين قصير المفعول أو الأنسولين العادي يبدأ مفعوله خلال 30 دقيقة من الحقن تقريباً ويستمر لمدة تتراوح بين 6-8 ساعات، النوع الثالث الأنسولين متوسط المفعول يبدأ مفعوله خلال ساعة إلى ساعتين من الحقن تقريباً ويستمر لمدة تتراوح بين 12-18 ساعة، ومن أمثلته (NPH). والنوع الأخير الأنسولين طويل المفعول يبدأ مفعوله خلال بضعة ساعات من الحقن ويستمر لمدة قد تصل إلى 24 ساعة أو أكثر، مثل (Glargine)، و (Detemir). [4] [5] [6]

أما بالنسبة لعلاج مرض السكري من النوع الثاني يمكن السيطرة على بعض حالات مرض السكري من هذا النوع من خلال ممارسة التمارين الرياضية واتباع نظام غذائي صحي فقط، أما في حال عدم انتظام مستويات السكر في الدم بعد اتباع هذه الطرق فقد يتم وصف بعض الأدوية حسب حالة الشخص المصاب، وتساهم هذه الأدوية في السيطرة على مرض السكري بعدة طرق. [6][7][8][9].

والجدير بالذكر هو أن استخدام خوارزميات معينة لمراقبة الأنسولين يُعد شيئاً محل تقدير، حيث أظهر استخدام المرضى - خاصة النوع الثاني من السكري - لهذه الخوارزميات والأنظمة عبر الإنترنت تحسناً ملحوظاً في التحكم بنسبة السكر مقارنة بغيرهم الذين لم يستخدموا هذه الأنظمة [10].

1 النموذج الرياضي "الحد الأدنى" لتنظيم جلوكوز

في عام 1979، وضع بيرجمان وزملاؤه نموذجاً رياضياً لتقدير مستوى السكر في الدم، بهدف قياس حساسية الفرد للإنسولين. وقد قدموا أيضاً تفسيراً فيسيولوجياً مبسطاً لعملية استقلاب الجلوكوز [11].

ولتحقيق ذلك، قام الباحثون بجمع بيانات حول مستويات الجلوكوز والأنسولين من ثلاثة عشر مجموعة تجارب أجريت على كلاب هجينة، باستخدام اختبار تحمل الجلوكوز عن طريق الوريد (IVGTT). تضمن البروتوكول التجريبي حقنة واحدة من الجلوكوز في الوريد الوداجي بعد صيام الكلاب طوال الليل، بعد إعطاء كل جرعة من الجلوكوز (بتركيزات 100، 200، أو 300 ملغم/كغم)، تم أخذ عينات من الدم بشكل دوري لقياس مستويات الجلوكوز والأنسولين.

استُخدمت تسع مجموعات بيانات، تم جمعها من حيوانين، لضبط وتحديد معالم النموذج الرياضي باستخدام طريقة تقدير غير خطي، بينما استُخدمت المجموعات الأربع المتبقية من البيانات، التي جُمعت من ثلاثة حيوانات إضافية، لإجراء تحليل لاحق للتحقق من صحة النموذج.

لأغراض تقدير المعاملات، تم افتراض عودة مستويات الأنسولين والجلوكوز إلى قيمها الأساسية بعد 120 دقيقة من بداية اختبار تحمل الجلوكوز الوريدي.

في هذه الدراسة، سيتم استخدام نموذج بيرجمان الرياضي المُعدّل والمكوّن من جزأين، والذي تم تقديمه واستخدامه في المراجع [12] و [13] كما يظهر في المعادلتين (1) و (2).

$$\dot{x}_1 = -0.021151x_1 + 0.09255u_1 \quad (1)$$

$$\dot{x}_2 = -5.493868x_1 - 0.014188x_2 + u_2 \quad (2)$$

حيث $x(t)$ تمثل حالة النظام، بحيث $x_1(t)$ تركيز الجلوكوز بوحدة قياس Mg/dl، أما $x_2(t)$ فهو تركيز الأنسولين أعلى من القيمة الأساسية بوحدة قياس $\mu U/ml$ ، و $y(t)$ ، $u(t)$ في المعادلتين (7) و (8) هما المدخلات والمخرجات النسبية للمتغيرات.

$$A = \begin{bmatrix} -0.021151 & 0 \\ -5.493868 & -0.014188 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.092551 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

حيث أن A و B و C تمثل مصفوفات النظام علي صيغة فضاء الحالة state space كالآتي:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (6)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (7)$$

لتقييم أداء النموذج الخطي من خلال المحاكاة، تم إجراء دراسة حالة تحاكي عملية تناول الطعام (مع التركيز على حالات الاضطراب في هذه العملية) ومتابعة امتصاص السكر الناتج في الجسم.

استنادًا إلى البيانات المستمدة من التجارب السريرية الموثقة في المرجع [14]، تم استخدام دالة إدخال محددة (8) لمحاكاة تناول الطعام لمدة 20 دقيقة. يوضح الشكل رقم (1) شكل هذه الدالة وكيفية تغيرها مع مرور الوقت. هذا النوع من النماذج التي تتضمن اضطرابات مثل تناول الطعام يتم بحثه في سياق تصميم أنظمة التحكم الأمثل، مع الأخذ في الاعتبار المدخلات المنتظمة والانذافية [15].

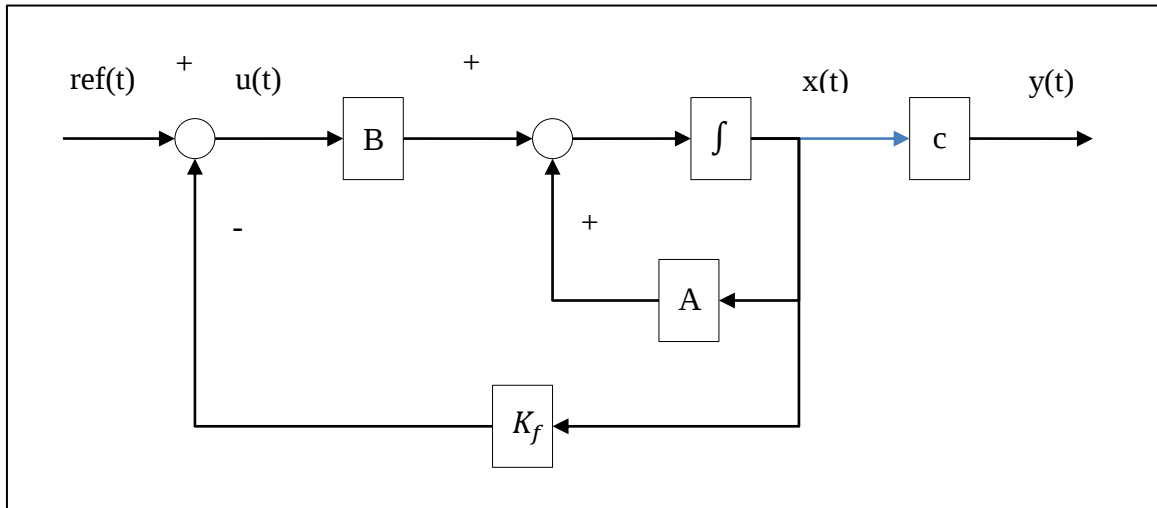
$$u(t) = 0.05 \cdot e^{\frac{-(t-10)^2}{45}} \quad (8)$$



شكل 1. يوضح دالة الادخال للجلوكوز للجسم الانسان

2 تصميم المتحكم بطريقة المنظّم التربيعي الخطي (LQR)

تُشتق تسمية طريقة المنظّم التربيعي الخطي (Linear Quadratic Regulator) LQR من طبيعة النظام والمعادلات المستخدمة. فهي تُعتبر "خطية" لأنها تفترض أن النظام المراد التحكم فيه يُمكن تمثيله بمعادلات خطية، وأن المتحكم المُصمّم سيعمل أيضًا بشكل خطي. أما وصف "التربيعي" فيأتي من شكل دالة التكلفة (Cost Function) التي تُستخدم في عملية التحسين، حيث تتضمن هذه الدالة حدودًا تربيعية لكل من متجه حالة النظام $x(t)$ ومتجه إشارة التحكم $u(t)$ ، هذه الحدود التربيعية تسمح بمعاينة الانحرافات الكبيرة عن القيم المطلوبة بشكل أكبر من الانحرافات الصغيرة. تُعتبر طريقة المنظّم التربيعي الخطي من الأساليب المثلى والشائعة في تصميم أنظمة التحكم، حيث تعتمد على إيجاد حل لمعادلة ريكاتي الجبرية Algebraic Riccati Equation أو (ARE) يتطلب استخدام هذه الطريقة تحديد مصفوفات الوزن أو الموازنة (Weighting Matrices) التي تُحدد أهمية كل من حالة النظام $x(t)$ وإشارة التحكم $u(t)$ في دالة التكلفة. يوضح الشكل رقم (1) تمثيلًا تخطيطيًا لطريقة تصميم المتحكم باستخدام المنظّم التربيعي الخطي .



شكل 2. طريقة عمل المتحكم المنظّم التربيعي الخطي LQR

طريقة المنظم التربيعي الخطي تعتمد علي دالة التكلفة المربعة لتقليل الخطأ (9) وهي كالآتي:

$$J = \int_0^{\infty} [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)]dt \quad (9)$$

حيث أن:

- $Q \geq 0$ وهي مصفوفة لموازنة تأثير الحالة $x(t)$ ،
- $R > 0$ وهي مصفوفة لموازنة تأثير الدخل $u(t)$ ،
- J دالة التكلفة المراد تقليلها .

لايجاد قيمة المتحكم الامثل يجب حل معادلة Riccati الجبرية (10) المعرفة كالآتي [16]:

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (10)$$

حيث:

- P هو حل معادلة Riccati،

بحيث قيمة الكسب الامثل يمكن ايجادها من خلال المعادلة (11):

$$K_f = R^{-1}B^T P \quad (11)$$

وبذلك تكون اشارة دخل التحكم وفقاً للمعادلة (12):

$$u(t) = -K_f x(t) \quad (12)$$

3 تصميم المتحكم بطريقة التكامل التربيعي الخطي LQI :

يهدف تصميم المتحكم باستخدام طريقة التكامل التربيعي الخطي (LQI) Linear Quadratic Integrator إلى تصغير أو تقليل خطأ الحالة المستقرة (steady-state error) بين الإشارة الداخلة (input) والإشارة الخارجة (output) للنظام.

يُنجز هذا الهدف عن طريق إضافة حد تكاملي للخطأ، ويُشار إليه عادةً بالرمز $\int e dt$. يعمل هذا الحد التكاملي على تجميع الخطأ مع مرور الوقت، مما يُجبر المتحكم على تعديل الخرج حتى يُصبح الخطأ صفراً في الحالة المستقرة.

يُدمج هذا الحد التكاملي مع المتحكم الذي تم تصميمه مسبقاً باستخدام طريقتين أساسيتين:

- ترجيع حالة النظام (State Feedback): تُستخدم هذه الطريقة للحصول على تحكم دقيق في ديناميكية النظام من خلال استخدام معلومات جميع متغيرات الحالة.

- التحكم الأمثل بطريقة المنظم الخطي التربيعي (Linear Quadratic Regulator): تُستخدم هذه الطريقة لتصميم متحكم مثالي يُقلل من دالة تكلفة مُحددة تأخذ في الاعتبار كلاً من أداء النظام واستهلاك الطاقة.

بدمج هاتين الطريقتين مع الحد التكاملي، نحصل على متحكم LQI يتميز بأداء ديناميكي ممتاز مع ضمان التخلص من خطأ الحالة المستقرة. الشكل رقم (2) يوضح عادةً هيكل هذا المتحكم وكيفية دمج هذه المكونات معاً.

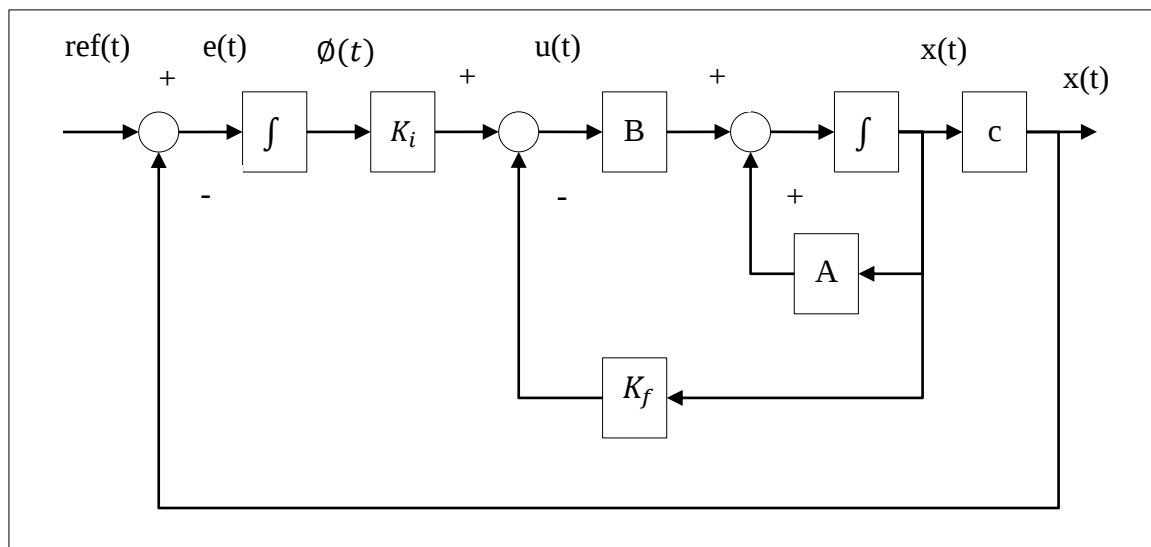
بمعنى آخر، يعمل المتحكم LQI على:

1. مراقبة الخطأ: يقيس الفرق بين الدخل والخرج باستمرار.

2. تجميع الخطأ: يُضيف قيمة الخطأ المتراكم مع مرور الوقت.

3. التعديل بناءً على التجميع: يستخدم قيمة الخطأ المتراكم لتعديل إشارة التحكم، مما يُجبر الخرج على الاقتراب من الدخل وتقليل الخطأ إلى الصفر في الحالة المستقرة.

هذا الشرح يُقدم فهماً أكثر تفصيلاً لكيفية عمل المتحكم LQI وأهميته في التطبيقات الهندسية التي تتطلب دقة عالية في تتبع الإشارات والتخلص من أخطاء الحالة المستقرة. وتستكشف الأبحاث الحديثة استراتيجيات تحكم هجينة تجمع بين LQI وأنظمة تحكم أخرى، مثل التحكم في الوضع الانزلاقي، لزيادة قوة تحمل النظام للاضطرابات الخارجية وتعزيز أداء منظمات الجلوكونز لمرضى السكري [17].



شكل 3. طريقة عمل المتحكم LQI

حيث ان كسب المتحكم هو $K_f = [K_1 \quad K_2]$ وكذلك K_i هو كسب المتحكم التكاملي بحيث ان الخطأ يحسب وفقاً للمعادلة (13):

$$e(t) = ref(t) - cx(t) \quad (13)$$

لتحسين أداء النظام، خاصةً فيما يتعلق بإزالة أخطاء الحالة المستقرة، يتم تعريف إشارة الخطأ $e(t)$ كحالة جديدة في النظام. حيث أن إشارة الخطأ تُعرّف على أنها الفرق بين إشارة المرجع $r(t)$ وخرج النظام $y(t)$ ، وكذلك يمكن تعريف $e(t) = \dot{\phi}(t)$. فإن هذه الحالة الجديدة $\phi(t)$ تمثل إشارة المرجع في وصف النظام الموسّع. هذا التوصيف الجديد للنظام، الذي يتضمن حالة الخطأ، يُمثله المعادلة (14)، والتي تُعبر عن معادلات فضاء الحالة للنظام الموسّع:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\phi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \phi(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} f_{er}(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

حيث:

$$\begin{aligned} u(t) &= -K_{ri}x(t) \\ K_{ri} &= [K_f \quad K_i] \end{aligned}$$

باستخدام نفس مفهوم طريقة المنظّم التربيعي الخطي تكون مصفوفات النظام الجديد هي: A_{new} و B_{new} وكذلك Q_{new} ، وبعد حل معادلة ريكتاتي، يصبح الكسب الجديد الناتج من الحل مكون من جزئين [16] $[K_f \quad K_i]$. حيث أن :

$$A_{new} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \cdot$$

$$B_{new} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \cdot$$

لتحليل استجابة النظام، سيتم استخدام إشارة دخل $u(t)$ مُعرّفة على النحو التالي (15):

$$u(t) = -K_f x(t) + K_i \int_0^t e(t) dt \quad (15)$$

4 نتائج المحاكاة

لإجراء محاكاة ديناميكية للنظام في المجال الزمني، تم استخدام برنامج ماتلاب الهندسي. ولحساب كسب المتحكم باستخدام طريقة المنظّم الخطي التربيعي، تم اختيار مصفوفات الموازنة Q و R التي تُحدد التأثير النسبي لكل من حالة النظام وتأثير إشارة الدخل، وذلك على النحو التالي:

$$Q = \begin{bmatrix} 0.0025 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0011 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0023 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0011 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 0.0010 \end{bmatrix}$$

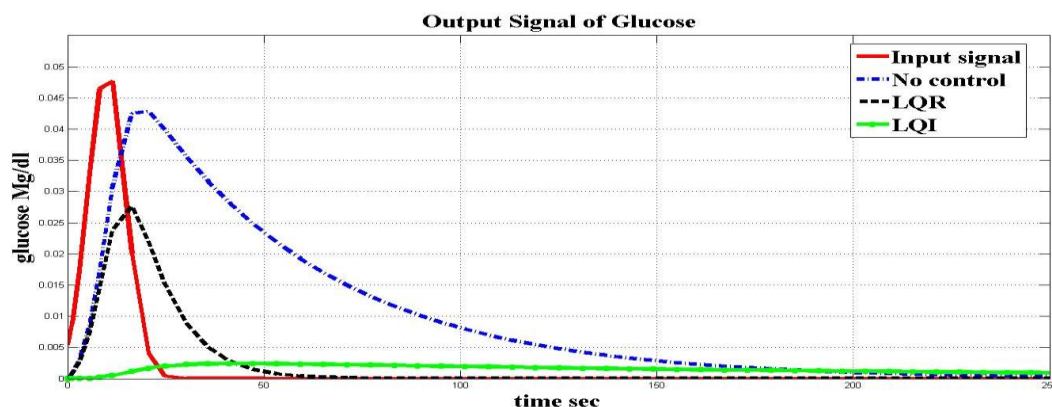
تم تصميم متحكم LQI باستخدام دالة المنظّم التربيعي الخطي المضمنة في برنامج ماتلاب، تُستخدم هذه الدالة لحساب كسب التحكم الأمثل (K) الذي يُقلل دالة التكلفة في تصميم أنظمة التحكم الخطية التربيعية المتكاملة. يتم ذلك عن طريق إدخال نموذج فضاء الحالة للنظام ومصفوفات الوزن Q (لوزن حالة النظام) و R (لوزن إشارة التحكم) إلى الدالة المنظّم التربيعي الخطي في هذا العمل، تم اختيار قيم Q و R بعناية لتحقيق الأداء المطلوب للنظام، ثم الحصول على كسب المتحكم:

$$K_f = \begin{bmatrix} 0.0636 & 0 \\ -5.4889 & 1.7799 \end{bmatrix} \text{ و } K_i = \begin{bmatrix} -0.0015 & 0 \\ 0 & -1.0392 \end{bmatrix}$$

بعد إجراء محاكاة للنظام في ثلاث حالات مختلفة: الأولى بدون استخدام أي متحكم والثانية باستخدام متحكم مصمم بتقنية المنظّم الخطي التربيعي (LQI)، والثالثة باستخدام متحكم مصمم بتقنية المنظّم الخطي التربيعي مع التكامل (LQI)، تم مقارنة النتائج لتقييم أداء كل حالة.

تمت المحاكاة بافتراض دخول كمية من الجلوكوز إلى جسم الإنسان، وتم تمثيل هذه الكمية بالمعادلة رقم (8). خلال المحاكاة، تم رصد التغيرات في مستويات كل من الأنسولين والجلوكوز في الجسم.

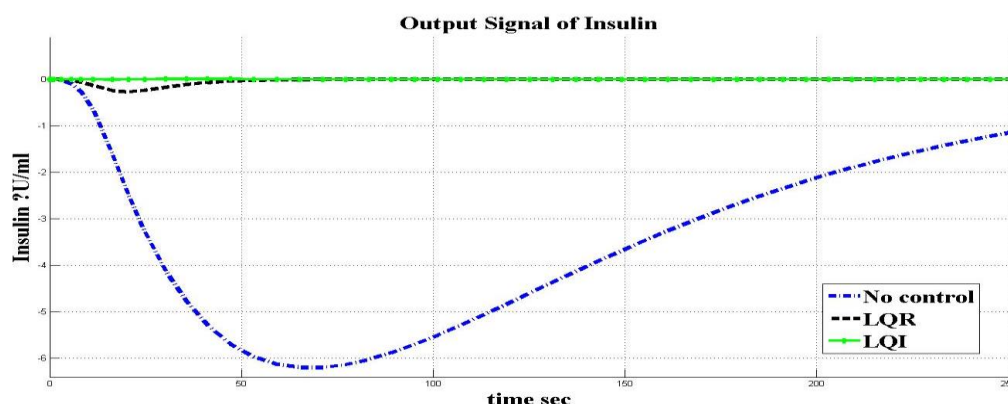
أظهرت النتائج أن مستويات الجلوكوز كانت في أدنى مستوياتها عند استخدام طريقة التكامل التربيعي الخطي LQI، مقارنةً بالآخرين؛ حالة عدم استخدام أي متحكم، وحالة استخدام متحكم المنظّم التربيعي الخطي LQR. يُعزى هذا الأداء المُحسن لطريقة LQI إلى قدرة الجزء التكاملي في المتحكم على الحفاظ على مستويات الجلوكوز قريبة من المستويات الطبيعية المطلوبة. يُظهر الشكل رقم (4) مقارنة بين أداء الطرق الثلاثة، أي حالة عدم التحكم، واستخدام طريقة المنظّم التربيعي الخطي، واستخدام طريقة التكامل التربيعي الخطي، بالإضافة إلى مقارنة هذه النتائج مع إشارة الدخل (كمية الجلوكوز الداخلة).



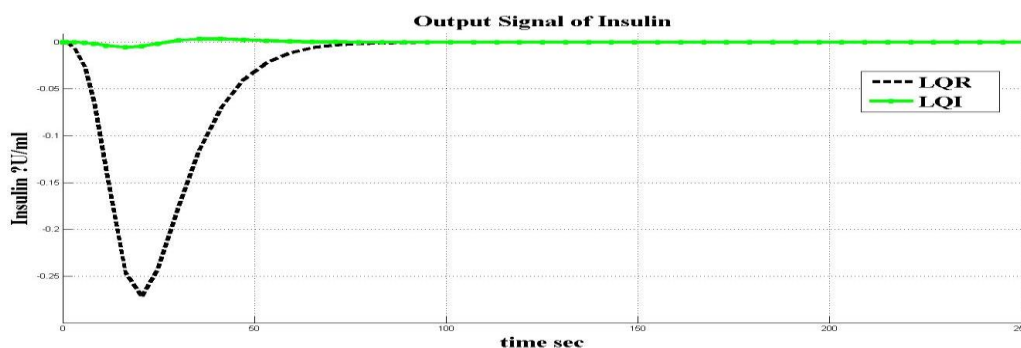
شكل 4. يوضح مستويات الجلوكوز في حالة عدم وجود متحكم وطريقة المنظّم التريبيعي الخطي وطريقة التكامل التريبيعي الخطي والمقارنة مع إشارة الدخل

بالمقابل، كشفت نتائج تطبيق طريقة LQI عن انخفاض ملحوظ في مستويات الأنسولين المطلوبة لتحقيق التحكم في مستوى الجلوكوز. يُشير هذا الانخفاض إلى قدرة الطريقة على الاستخدام الأمثل للأنسولين، حيث يتم توزيع كمية أقل من الأنسولين لتحقيق نفس مستوى التحكم أو مستوى أفضل مقارنة بالطرق الأخرى.

يُبين الشكل رقم (5) مستويات الأنسولين في الحالات الثلاث: استخدام متحكم المنظّم التريبيعي الخطي، استخدام متحكم التكامل التريبيعي الخطي، وعدم استخدام أي متحكم. إلا أن الفارق الكبير في كمية الأنسولين المستخدمة في حالة عدم وجود متحكم، مقارنةً بالحالتين الأخريين، قد يُعيق وضوح المقارنة بين أداء طريقتي المنظّم التريبيعي الخطي والتكامل التريبيعي الخطي في الشكل (4). لذلك، تم تخصيص الشكل رقم (6) لعرض مقارنة مُركّزة بين أداء الطريقتين فقط، بهدف إبراز الفروق بينهما بشكل أوضح.



شكل 5. يوضح مستويات الأنسولين في حالة عدم وجود متحكم وطريقة المنظّم التريبيعي الخطي وطريقة التكامل التريبيعي الخطي



شكل 6. يوضح مستويات الأنسولين والفرق بين طريقة المنظّم التريبيعي الخطي وطريقة التكامل التريبيعي الخطي

تفوقت طريقة التكامل التريبيعي الخطي بشكل واضح على طريقة المنظّم التريبيعي الخطي في تنظيم مستويات الجلوكوز والأنسولين. يُمكن تفسير هذا الأداء المُحسن من خلال إضافة عنصر التكامل إلى تصميم المنظّم التريبيعي الخطي. يعمل هذا الجزء التكاملي على تقليل أو إزالة أخطاء الحالة المستقرة (Steady-state error)، وهي الأخطاء التي تظل موجودة حتى بعد استقرار النظام. بمعنى آخر، بينما قد يُبقي متحكم المنظّم التريبيعي الخطي على بعض الانحراف الطفيف بين مستوى الجلوكوز الفعلي والمستوى المطلوب، يعمل المكامل في LQI على تصحيح هذا الانحراف تدريجيًا حتى يتم الوصول إلى الهدف بدقة أكبر.

5 المناقشة

تُظهر نتائج المحاكاة التي تم إجراؤها باستخدام ثلاث حالات تحكم مختلفة بدون متحكم، وباستخدام طريقة المنظّم التريبيعي الخطي وكذلك استخدام طريقة LQI رؤية مهمة حول فعالية كل طريقة في تنظيم مستويات الجلوكوز والأنسولين في جسم الإنسان. فيما يلي مناقشة مُفصلة للنتائج:

أداء النظام بدون متحكم: تُوضح النتائج بشكل قاطع أن عدم استخدام أي نظام تحكم يؤدي إلى تقلبات كبيرة في مستويات الجلوكوز، حيث ترتفع بشكل كبير بعد دخول الجلوكوز إلى الجسم، ثم تنخفض ببطء. هذا السلوك غير مرغوب فيه؛ لأن التقلبات الكبيرة في مستويات الجلوكوز تُعتبر ضارة على المدى الطويل وتزيد من خطر مضاعفات مرض السكري. كما يظهر الشكل (3) كمية الأنسولين الكبيرة التي يفرزها الجسم في محاولة منه للسيطرة على ارتفاع الجلوكوز.

أداء نظام التحكم المنظّم التريبيعي الخطي يُقدم تحسنًا ملحوظًا مقارنةً بحالة عدم التحكم. حيث يُساعد على تقليل ارتفاع الجلوكوز بعد دخول كمية الجلوكوز إلى الجسم، ويُحافظ على مستويات أكثر استقرارًا. ومع ذلك، قد يُلاحظ وجود بعض الانحراف الطفيف (Steady-state error) بين مستوى الجلوكوز الفعلي والمستوى المطلوب. هذا يعني أن المنظّم التريبيعي الخطي قد لا يُوصل مستوى الجلوكوز إلى القيمة الهدفية تمامًا، بل يُبقيه قريبًا منها مع وجود فرق بسيط.

أداء نظام التحكم LQI يُظهر أفضل أداء بين جميع الحالات الثلاث، حيث يُحقق تحكمًا فائقًا في مستويات الجلوكوز والأنسولين، ويُحافظ على مستويات الجلوكوز قريبة جدًا من المستويات الطبيعية المطلوبة. والأهم من ذلك، يُقلل LQI بشكل كبير من كمية الأنسولين المطلوبة مقارنةً بالحالتين الأخريين. يُعزى هذا الأداء المُحسن إلى وجود الجزء التكاملي في تصميم LQI، الذي يعمل على إزالة أخطاء الحالة المستقرة التي قد تظهر في نظام المنظّم التريبيعي الخطي. كما يُمكن ملاحظة ذلك بوضوح في الشكل (4) الذي يُقارن بين المنظّم التريبيعي الخطي و LQI فقط، حيث يُظهر تفوق LQI في الحفاظ على استقرار مستويات الجلوكوز وتقليل الحاجة للأنسولين.

الجزء التكاملي يُؤكد تفوق LQI على المنظّم التريبيعي الخطي أهمية إضافة الجزء التكاملي إلى نظام التحكم. يُمكن تفسير ذلك بأن الجزء التكاملي يُراكم الأخطاء السابقة ويستخدمها لتصحيح الأداء الحالي. هذا يُمكن النظام من التخلص من الانحرافات الثابتة وتحقيق دقة أعلى في تتبع الهدف. في سياق تنظيم الجلوكوز، يُساعد المكامل على ضمان بقاء مستوى الجلوكوز قريبًا جدًا من المستوى الطبيعي، حتى في وجود اضطرابات أو تغيرات في النظام.

الاستخدام الأمثل للأنسولين كان من النتائج الهامة أيضًا التي أظهرتها المحاكاة، وهي قدرة LQI على تقليل كمية الأنسولين المطلوبة، وهذا يُعتبر ميزة كبيرة، حيث أن استخدام كميات كبيرة من الأنسولين قد يؤدي إلى آثار جانبية غير مرغوبة، مثل انخفاض سكر الدم (Hypoglycaemias). يُشير استخدام LQI لكمية أقل من الأنسولين إلى كفاءة أعلى في التحكم، وتقليل خطر المضاعفات المرتبطة بجرعات الأنسولين.

يُقدّم الشكل (2) نظرة عامة على أداء جميع الحالات الثلاث، بينما يُركز الشكل (3) على مستويات الأنسولين في جميع الحالات. أما الشكل (4) فيُقدّم مقارنة مُركّزة بين المنظّم التربيعة الخطي و LQI فقط، وذلك لإبراز الفروق بينهما بشكل أوضح، خاصةً فيما يتعلق بكمية الأنسولين المطلوبة. يُساعد هذا العرض المنفصل على فهم أفضل لتأثير إضافة المكامل إلى نظام التحكم. بشكل عام، تُظهر هذه النتائج أن طريقة LQI تُعتبر خيارًا واعدًا لتحسين التحكم في مستويات الجلوكوز والأنسولين لدى مرضى السكري. حيث تُحقق تحكمًا دقيقًا مع استخدام كمية أقل من الأنسولين، مما يُقلل من خطر المضاعفات ويُحسن من جودة حياة المرضى.

6 الاستنتاجات

- 1- يُقدّم هذا العمل نموذجًا رياضيًا لمحاكاة تفاعل الأنسولين والجلوكوز في جسم الإنسان، وهو نموذج ذو أهمية كبيرة في إدارة مرض السكري. يُستخدم هذا النموذج للتنبؤ بتأثير خطط العلاج المختلفة، بما في ذلك تحديد الجرعات المُثلى من الأنسولين اللازمة للسيطرة الفعّالة على تركيز الجلوكوز في الدم. يُساعد هذا التنبؤ في تخصيص العلاج ليناسب حالة كل مريض على حدة.
- 2- يأخذ النموذج الرياضي في الاعتبار مجموعة من المتغيرات الهامة التي تُؤثر على ديناميكية الجلوكوز والأنسولين، مثل نسبة إفراز الأنسولين من البنكرياس، وجاهزية (أو حساسية) الأنسجة المحيطية لامتصاص الجلوكوز. تُقاس مستويات الجلوكوز في الدم بشكل دوري باستخدام أجهزة اختبار الجلوكوز العابر للجلد، وهي أجهزة سهلة الاستخدام تُمكن المرضى من المتابعة الذاتية لمستويات السكر. يُمكن تطبيق النموذج الرياضي على أجهزة الحاسوب الشخصية التي يستخدمها الأطباء في عياداتهم، مما يُوفر لهم أداة قوية لاتخاذ قرارات علاجية مُستنيرة وفعّالة، ويُمكنهم من مناقشة نتائج المُحاكاة مع المرضى لشرح الخطة العلاجية بشكل أوضح.
- 3- يُمثّل النموذج الرياضي لمرضى السكري أداة قيمة تُساهم في تحسين مستوى الرعاية الصحية المُقدمة لمرضى السكري. فهو يُساعد الأطباء على وضع خطط علاجية مُخصصة وفعّالة، ويُمكنهم من متابعة تطور حالة المريض بشكل دقيق، وتعديل الخطة العلاجية عند الحاجة بناءً على نتائج المُحاكاة. كما يُمكن استخدام هذا النموذج في تدريب الكوادر الطبية على فهم ديناميكية الجلوكوز والأنسولين بشكل أفضل.
- 4- تُعتبر طريقة التحكم الأمثل المنظّم التربيعة الخطي من الطرق الفعّالة في التحكم في الأنظمة الديناميكية. ولكن، عند تحسين هذه الطريقة بإضافة جزء تكاملي لتُصبح طريقة LQI، وتحت تطبيقها على النموذج الرياضي لتفاعل الجلوكوز والأنسولين، أظهرت طريقة LQI نتائج مُتفوقة بشكل واضح. فقد ساهمت LQI في تقليل كمية الأنسولين المطلوبة للتحكم في مستوى الجلوكوز، مع الحفاظ في الوقت ذاته على مستويات الجلوكوز ضمن النطاق الطبيعي. يُعزى هذا الأداء المُحسن إلى قدرة الجزء التكاملي في LQI على إزالة أخطاء الحالة المُستقرة، وضمان وصول النظام إلى الهدف المطلوب بدقة أكبر، مما يُقلل الحاجة إلى جرعات عالية من الأنسولين. هذا يُقلل من احتمالية حدوث مضاعفات ناتجة عن استخدام جرعات أنسولين غير مُناسبة.

5- المراجع

- [1] Stoppler, M. C., & White, J. R. (2022, March 31). Diabetes symptoms (Type 1 and Type 2). MedicineNet. Retrieved March 31, 2022, from <https://www.medicinenet.com>
- [2] Pointer, K. (2017, August 18). Everything you need to know about glucose. Healthline. Retrieved August 18, 2022, from <https://www.healthline.com>

- [3] Nall, R. (2021, November 30). An overview of diabetes types and treatments. Medical News Today. Retrieved from <https://www.medicalnewstoday.com>
- [4] International Diabetes Federation. (2023, January 16). What is diabetes? Retrieved from <https://www.idf.org>
- [5] Mayo Clinic. (2020). Type 2 diabetes. Retrieved from <https://www.mayoclinic.org/diseases-conditions/type-2-diabetes/symptoms-causes/syc-20351193>
- [6] Cleveland Clinic. (2023, February 17). Diabetes mellitus: Diagnosis and tests. Retrieved from <https://my.clevelandclinic.org>
- [7] Harvard Medical School. (2018). Type 1 diabetes mellitus. Retrieved April 10, 2023, from <https://www.health.harvard.edu>
- [8] Marin-Penalver, J. J., et al. (2016). Update on the treatment of type 2 diabetes mellitus. *World Journal of Diabetes*, 7(17), 354–395. <https://doi.org/10.4239/wjd.v7.i17.354>
- [9] UCSF Health. (n.d.). Diabetes mellitus treatments. Retrieved April 10, 2023, from <https://www.ucsfhealth.org/conditions/diabetes-mellitus/treatment>
- [10] Thiagarajan, N., et al. (2025). Web-based, algorithm-guided insulin titration in insulin-treated type 2 diabetes: Pre-post intervention study. *JMIR Formative Research*, 9(1), e68914. <https://doi.org/10.2196/68914>
- [11] Bergman, R. N., et al. (1979). Quantitative estimation of insulin sensitivity. *American Journal of Physiology-Endocrinology and Metabolism*, 236(6), E667–E677. <https://doi.org/10.1152/ajpendo.1979.236.6.E667>
- [12] Hipszer, B. R. (2001). A type 1 diabetic model (Master's thesis). Drexel University.
- [13] Lehmann, E. D. (1997). Interactive educational simulators in diabetes care. *Medical Informatics*, 22(1), 47–76. <https://doi.org/10.3109/14639239709089834>
- [14] Benyó, Z., et al. (1998). Design of glucose control via symbolic computation. *Proceedings of the 20th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*, 20(6), 3116–3119.
- [15] Daafouz, J., Lohéac, J., & Postoyan, R. (2024). Mixed regular and impulsive sampled-data LQR. arXiv preprint. <https://arxiv.org/abs/2409.01896>
- [16] Saleem, O., & Iqbal, J. (2024). Blood-glucose regulator design for diabetics based on LQIR-driven sliding-mode-controller with self-adaptive reaching law. **PLOS ONE*, 19*(11), e0314479. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0314479>
- [17] Athans, M., Falb, P. L., & Lacoss, R. T. (1963). On optimal control of self-adjoint systems. *Proceedings of the 1963 Joint Automatic Control Conference*.